



TIAME

Разработка урока по теме: «Законы логики. Логические действия»

Преподаватель: Джабиров А.У.

г. Ташкент, 2020



Термин "логика" происходит от древнегреческого logos, означающего "слово, мысль, понятие, рассуждение, закон".



TIAME

Основатели математической логики:

- греческий философ **Аристотель** (384–322 гг. до н.э.);
 - немецкий математик **Готфрид Вильгельм Лейбниц** (1646–1716);
 - швейцарский математик **Леонард Эйлер** (1707–1783);
 - чешский математик **Бернард Больцано** (1781–1848);
 - английский учёный **Джордж Буль** (1815–1864);
 - немецкий математик **Эрнест Шредер** (1841–1902);
 - американский математик и инженер **Клод Шеннон** (1916–2001)
- и др.



***Математическая логика* – это наука о средствах и методах математических доказательств.**



На практике множество элементарных логических операций является обязательной частью набора инструкций всех современных микропроцессоров и соответственно входит в языки программирования.

Это является одним из важнейших практических приложений методов математической логики.



TIAME

Высказывание – это утверждение о чем-либо, которое может быть либо истинным, либо ложным.



Примеры высказываний:

1. Ташкент - столица Узбекистана.
2. Париж – столица Англии.
3. Сазан не рыба.
4. Число 6 делится на 2 и на 3.
5. Если юноша окончил среднюю школу, то он получает аттестат зрелости.



TIAME

Повелительные, вопросительные, восклицательные и бессмысленные предложения не являются высказываниями

- «Уходя, гасите свет!»**
- «Да здравствует мыло душистое и полотенце пушистое!»**
- «Который час?»**
- «Привет нашим спортсменам!»**



Высказывание, представляющее собой одно утверждение принято называть **простым.**

Сложное высказывание получается путем объединения простых высказываний, связанных – союзами И, ИЛИ и частицей НЕ.



Логическая функция – это функция, устанавливающая соответствие между одним или несколькими высказываниями, которые называются аргументами функции, и высказыванием, которое называется значением функции.



Булевой функцией $y=f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ от n переменных $x_1, x_2, \dots, x_n$ называется любая функция, в которой аргументы и функция могут принимать значение либо 0 либо 1, т.е. булева функция это правило, по которому произвольному набору нулей и единиц $x_1, x_2, \dots, x_n$ ставится в соответствие значение 0 или 1.



Отрицание (инверсия) .

Говорят, что имея суждение **A**, можно образовать новое суждение, которое читается как «**не A**» или «**неверно, что A**».

Запись $\neg A$, $\overline{A}$

A	$\overline{A}$
1	0
0	1

Пример.

Высказывание A : Сегодня по расписанию будут занятия по математике.

Высказывание $\overline{A}$: Сегодня по расписанию не будет занятий по математике или неверно, что сегодня по расписанию будут занятия по математике.

Высказывание $\overline{\overline{A}}$: Неверно, что сегодня по расписанию не будет занятий по математике.



Конъюнкция – это логическое произведение.
Обозначение: $A \& B$ (AB , $A \wedge B$). Читается так “А и В”.

A	B	$A \wedge B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Пример. Высказывание A: 8 делится на 2.
Высказывание B: 8 делится на 4.
Высказывание $A \wedge B$: 8 делится на 2 и 8 делится на 4.



Дизъюнкция – это логическое сложение.

Обозначение: $A \vee B$, $(A + B)$. Читается так: “ A или B ”.

A	B	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Пример. Высказывание A: Ташкент – столица Узбекистана.

Высказывание B: Киев – столица России.

Высказывание $A \vee B$:

Ташкент – столица Узбекистана или Киев – столица России.

Неравнозначность (исключающее, разделительное «или»)

Обозначается $A \oplus B$ и читается «либо A, либо B», «или A, или B».

A	B	$A \oplus B$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Пример. Высказывание A: юноша – школьник.
Высказывание B: юноша – студент.
Высказывание $A \oplus B$: юноша или школьник, или студент.



TIAME

Импликация – это логическое следование.

Импликация двух высказываний **A** и **B** соответствует союзу «ЕСЛИ...ТО», т.е. «если **A**, то **B**».

Читается как «из **A** следует **B**». Обозначение

$A \rightarrow B$

A	B	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Пример. Высказывание **A**: Ташкент – столица Узбекистана

Высказывание **B**: Ташкент – столица США.

Высказывание $A \rightarrow B$ ложно, т.к. высказывание **A** истинно, а высказывание **B** ложно.



Эквивалентность (двойная импликация) – это функция тождества.

Обозначается символом $A \leftrightarrow B$ ($A \sim B$, $A \equiv B$) и читается « A тогда и только тогда, когда B » или « A эквивалентно B » или «для того, чтобы A необходимо и достаточно, чтобы B ».



TIAME

A	B	$A \leftrightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Пример.

Высказывание A : четырехугольник – параллелограмм.

Высказывание B : в четырехугольнике противолежащие стороны попарно параллельны.

Высказывание A эквивалентно высказыванию B ($A \leftrightarrow B$) и читается так:

Для того, чтобы четырехугольник был параллелограммом, необходимо и достаточно, чтобы в четырехугольнике противолежащие стороны были попарно параллельны.



Даны простые высказывания:

А: Максимов – хороший программист;

В: Он побеждает на олимпиадах. Составить сложные высказывания

с помощью:

- конъюнкции;**
- нестрогой дизъюнкции;**
- строгой дизъюнкции;**
- импликации;**
- эквивалентности.**



TIAME

С помощью алгебры логики над высказываниями можно выполнять следующие операции:

- 1) из заданной совокупности элементарных высказываний строить различные сложные высказывания;**
- 2) сложные высказывания представлять в виде цепочки элементарных высказываний;**
- 3) упрощать ложные высказывания с помощью равносильных формул;**
- 4) проверять (доказывать) истинность или ложность цепочек сложных высказываний.**



Порядок выполнения операций указывается скобками, которые можно опускать, придерживаясь следующего порядка действий:

- **конъюнкция** выполняется раньше, чем все остальные операции;
- **дизъюнкция** – раньше, чем **импликация** и **эквивалентность**;
- если над формулой стоит знак **отрицания**, то скобки тоже опускаются.

Приоритет выполнения логических операций (если нет скобок)

Приоритет	Операция		Обозначение
I (Высший)	НЕ	NOT	$\neg, \bar{}$
II (Высокий)	И	AND	$\wedge, \cdot$
III (Средний)	ИЛИ, Искл. ИЛИ	OR, XOR	$\vee, +$ $\oplus$
IV (Низкий)	ЕСЛИ ТО	IMP	$\rightarrow$
V (Низший)	Эквивалент ность	EQU	$\sim$



Пример. Записать логической цепочкой следующее сложное высказывание:

**«Если спортсмен интенсивно тренируется и
при этом принимает запрещенные стимуляторы, то
он достигает высоких спортивных результатов либо
попадает на допинге».**

Решение. Данное сложное высказывание состоит из следующих простых:

A – спортсмен интенсивно тренируется;

B – спортсмен принимает запрещенные стимуляторы;

C – спортсмен достигает высоких спортивных результатов;

D – спортсмен попадает на допинге.

$$(A \wedge B) \rightarrow (C \oplus D).$$



Переведем на язык алгебры логики следующее высказывание:

1. «Я поеду в Москву, и если встречу там друзей, то мы интересно проведем время».

Введем следующие простые высказывания:

М – «я поеду в Москву»;

В – «встречу там друзей»;

И – интересно проведем время».

$$\mathbf{M \cdot (V \rightarrow I)}.$$

2. «Если я поеду в Москву и встречу там друзей, то мы интересно проведем время».

$$\mathbf{(M \cdot V) \rightarrow I}.$$



3. «Если будет солнечная погода, то ребята пойдут в лес, а если будет пасмурная погода, то ребята пойдут в кино».

Введем следующие простые высказывания:

С – «солнечная погода»;

Р – «ребята пойдут в лес»;

К – «ребята пойдут в кино».

Запишем исходное высказывание на языке алгебры логики:

$(C \rightarrow P) \cdot (\neg C \rightarrow K)$.



**Если у меня будет свободное время
и я сдам экзамены по педагогике и
психологии, то я поеду отдыхать в
Крым или на Кавказ.**



TIAME

Если [у меня будет свободное время (a) **и** я сдам экзамены по педагогике (b) **и** психологии (c)], **то** [я поеду отдыхать в Крым (d) ***или*** на Кавказ (e)].

$$(a \wedge b \wedge c) \rightarrow (d \vee e)$$